	Einführung in die Differentialrechnung	

Aufgabenstellung:

Bestimme die Steigung des Graphen der Funktion $f(x) = -x^2$ an der Stelle x=1?

Von der Sekante zur Tangente….

Grundidee:

Mit Hilfe zweier Punkte der Funktion f(x) kann mit Hilfe des Steigungsdreieck $m = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$ die Steigung der so genannten Sekante gebildet werden.

- ***Der erste Punkt wird festgelegt (… hier $P(1; f(1))$ … also $P(1;-1)$, es ist der Punkt an dem die Steigung bestimmt werden soll…***
- ***Der zweite Punkt kann frei gewählt werden…***
- ***… je geringer der Abstand zwischen den beiden Punkten, desto geringer ist die Abweichung der Sekantensteigung zur gesuchten Steigung an der Stelle x=1…***
- ***… im Idealfall ist der Abstand zwischen den beiden Punkten unendlich klein…***
  … eine rein zeichnerische Lösung ist dann nicht mehr möglich, aber diese Idee dient als Grundansatz für eine genaue rechnerische Lösung…
  … die Sekante wird in diesem Fall zur Tangente

Allgemeiner Lösungsansatz:

$$m(x_1, x_2) = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$$

$m(x_1, x_2) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{(x_2 - x_1)}$ … mit $x_2 = x_1 + h$ … h → Abstand zwischen x_2 und x_1

$m(x_1, h) = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{((x_1 + h) - x_1)} = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{(x_1 + h - x_1)}$ *… die Steigungsgleich ist von **x_1 und h** abhängig….*

$$m(x_1, h) = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}$$

$m(x_1, h) = \frac{-(x_1 + h)^2 + x_1^2}{h}$ …. mit $f(x) = -x^2$ **und** $x_1 = x$

$$m(x, h) = \frac{-(x + h)^2 - (-x^2)}{h}$$

$$m(x, h) = \frac{-(x + h)^2 + x^2}{h}$$

$$m(x, h) = \frac{-(x^2 + 2xh + h^2) + x^2}{h}$$

$$m(x, h) = \frac{-2xh - h^2}{h} = \frac{h \cdot (-2x - h)}{h} = \underline{\underline{-2x - h}}$$

*… wenn der Abstand **h** nun sehr klein gewählt wird, dann kann h in der Bestimmungsgleichung vernachlässigt werden…(Umgangssprachlich: **h** geht gegen Null) … die Gleichung vereinfacht sich dann zu*

$m(x) = -2x$ ***…. die Steigungsgleichung ist nur noch von x abhängig…***

$$\underline{\underline{m(1) = -2 \cdot 1 = -2}}$$