Name:	Grundregeln der Mathematik	Datum:

Rechenregeln

Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen

$a, b, n \in \mathbb{N}^*$

a heißt **Teiler** von b, wenn es ein $n \in \mathbb{N}^*$ gibt, so dass $a \cdot n = b$ gilt.	b heißt **Vielfaches** von a, wenn a ein Teiler von b ist.
ggT(a, b) ... größter gemeinsamer Teiler von a und b	**kgV(a, b)** ... kleinstes gemeinsames Vielfaches von a und b
Bestimmung des ggT(a, b) mittels Primfaktorenzerlegung: $a = 18 = \boxed{2} \cdot 3 \cdot \boxed{3}$ $b = 60 = \boxed{2} \cdot 2 \cdot \boxed{3} \cdot 5 \quad \Rightarrow \quad ggT(18, 60) = 2 \cdot 3 = 6$	*Bestimmung des kgV(a, b) mittels Primfaktorenzerlegung:* $a = 18 = 2 \cdot \boxed{3 \cdot 3}$ $b = 60 = \boxed{2 \cdot 2} \cdot 3 \cdot \boxed{5} \quad \Rightarrow \quad kgV(18, 60) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$
*Bestimmung des ggT(a,b) mit Hilfe des **euklidischen Algorithmus**:* $a : b = c_1$, Rest b_1 $\quad b_1 \neq 0$ $b : b_1 = c_2$, Rest b_2 $\quad b_2 \neq 0$ $b_1 : b_2 = c_3$, Rest b_3 $\quad b_3 \neq 0$ $b_{n-2} : \mathbf{b_{n-1}} = c_n$, Rest **0** $\Rightarrow$ $ggT(a, b) = b_{n-1}$	*Bestimmung des kgV(a,b) mit Hilfe des **euklidischen Algorithmus** und der folgenden Beziehung:* $kgV(a, b) = \frac{a \cdot b}{ggT(a, b)}$ (Primzahlen S. 4)

Bruchrechnung

$a, b, c, d \in \mathbb{Z}$; Nenner $\neq 0$

$\frac{a}{b}$ heißt **Bruch**, a heißt **Zähler**, b heißt **Nenner**		$\frac{b}{a}$ heißt **Kehrwert** von $\frac{a}{b}$	$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$
Erweitern:	$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} \quad (c \neq 0)$	**Kürzen:**	$\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c} \quad (c \neq 0 \wedge c \mid a \wedge c \mid b)$
Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche:	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$	**Umwandeln in Dezimalzahl:**	$\frac{a}{b} = a : b \qquad \frac{6}{5} = 6 : 5 = 1{,}2$
Addition und Subtraktion ungleichnamiger Brüche:	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}$	*oder*	(1) gV(b, d) bestimmen (Hauptnenner) (2) beide Brüche auf einen Hauptnenner erweitern (3) wie bei gleichnamigen Brüchen verfahren
Multiplikation:	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	**Division:**	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Rechnen mit positiven und negativen Zahlen

$a, b \in \mathbb{R}$; Nenner $\neq 0$

Betrag einer Zahl: $\lvert a \rvert = \begin{cases} a, & \text{wenn } a \geq 0 \\ -a, & \text{wenn } a < 0 \end{cases}$ Der Betrag einer Zahl entspricht dem Abstand dieser Zahl von 0 auf der Zahlengeraden.	$\lvert a \rvert = \lvert -a \rvert \qquad \lvert a \rvert \geq 0 \qquad \pm a \leq \lvert a \rvert \qquad \lvert a \cdot b \rvert = \lvert a \rvert \cdot \lvert b \rvert$ $\lvert a \rvert - \lvert b \rvert \leq \lvert a + b \rvert \leq \lvert a \rvert + \lvert b \rvert$ (**Dreiecksungleichung**) $\qquad \left\lvert \frac{a}{b} \right\rvert = \frac{\lvert a \rvert}{\lvert b \rvert}$ $\lvert a \rvert - \lvert b \rvert \leq \lvert a - b \rvert \leq \lvert a \rvert + \lvert b \rvert$ $\lvert a_1 + a_2 + \ldots + a_n \rvert \leq \lvert a_1 \rvert + \lvert a_2 \rvert + \ldots + \lvert a_n \rvert$

$a - (-b) = a + b$ $a \cdot (-b) = -ab$ $a : (-b) = -\frac{a}{b}$	$-a - b = -(a + b)$ $(-a) \cdot b = -ab$ $(-a) : b = -\frac{a}{b}$	$(-a) - (-b) = -a + b$ $(-a) \cdot (-b) = +ab$ $(-a) : (-b) = +\frac{a}{b}$